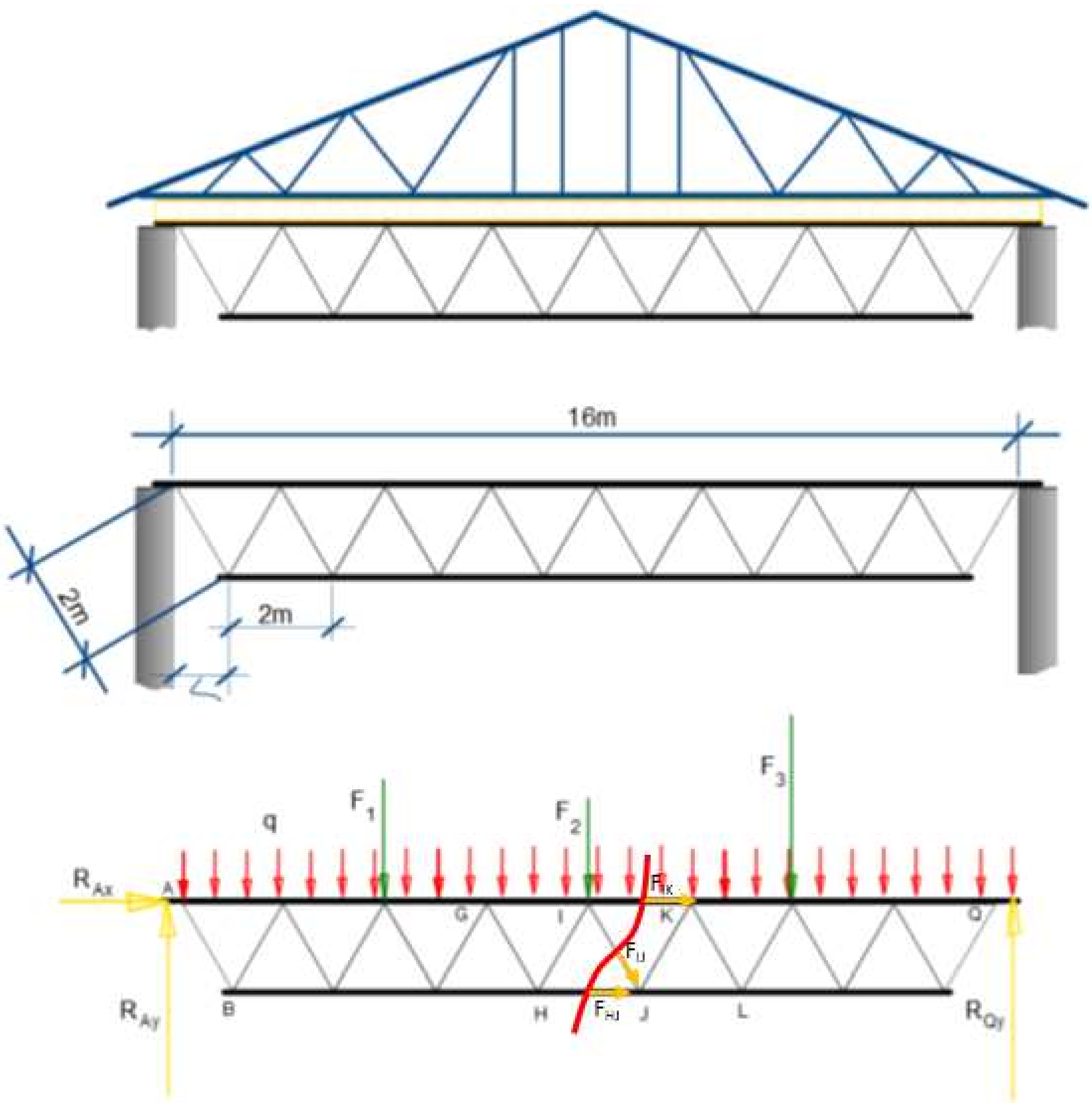
Eksempel 5. Beregning av takbjelker på

En ny stor hall bygges og skal ha flatt indre tak. Det flate taket får hullprofiler i betong som representerer en betydelig masse. Oppå dem er det isolasjon og skrå takstoler. Takstolene holder oppe et skrått tak, men som ikke er skråere enn at snøen kan legge seg fra første snøfnugg og etter hvert bygge opp en betydelig masse på påkjenner taket.

Alt dette holdes opp av takbjelker i stål, se figurene E401 a, b og c.



Figur E401 a, b og c. Takstoler - utseende og krefter

Punktlaster: $F_1 := 3\ kN$, $F_2 := 2\ kN$ og $F_3 := 5\ kN$

Avstander: $a := 2\ m$, $s := 16\ m$

Avstand mellom hvert fagverk i taket: $a_f := 5\ m$

Hullprofilenes tykkelse: $t_b := 200\ mm$

Bredde av hulprofilenes utbredelse: $s = 16\ m$

Last i fra betongdekket:

Volum av dekket: $V_b := (t_b \cdot s \cdot a_f) \cdot 0.6 = 9.6\ m^3$ Der 0.6 er betongvolumet. Hulldekke!

Tetthet betong: $\rho_b := 2500\ \dfrac{kg}{m^3}$

Masse betong: $m_b := V_b \cdot \rho_b = 24000\ kg$

Last av betongdekket: $Q_b := m_b \cdot g = 235.4\ kN$ => $q_b := \dfrac{Q_b}{s} = 14.7\ \dfrac{kN}{m}$

Jevt fordelt last i fra resterende komponenter som ligger på betongdekket: $q_r := 3.5\ \dfrac{kN}{m}$

Snølast: $Q_s := 6\ \dfrac{kN}{m^2}$ (Eurokoder - Østlandet) $q_s := \dfrac{Q_s \cdot a_f \cdot s}{s} = 30\ \dfrac{kN}{m}$

Reaksjonskrefter og stagkrafter:

Balanse av ytre laster:

$$M_A = 0 \ \therefore\ \left(q_b + q_r + q_s\right) \cdot s \cdot \frac{s}{2} + F_1 \cdot 2\ a + F_2 \cdot 4\ a + F_3 \cdot 6\ a - R_{Qy} \cdot 8\ a = 0$$

$$R_{Qy} := \frac{\left(q_b + q_r + q_s\right) \cdot s \cdot \frac{s}{2} + F_1 \cdot 2\ a + F_2 \cdot 4\ a + F_3 \cdot 6\ a}{8\ a} = 391.2\ kN$$

$$\Sigma F_y = 0 \ \therefore\ R_{Ay} - \left(q_b + q_r + q_s\right) \cdot s - F_1 - F_2 - F_3 + R_{Qy} = 0$$

$$R_{Ay} := \left(q_b + q_r + q_s\right) \cdot s + F_1 + F_2 + F_3 - R_{Qy} = 390.2\ kN$$

$$M_I = 0 \ \therefore\ -F_{HJ} \cdot a \cdot cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \left(q_b + q_r + q_s\right) \cdot 4\ a \cdot 2\ a + F_3 \cdot 2\ a - R_{Qy} \cdot 4\ a = 0$$

$$F_{HJ} := \frac{-\left(q_b + q_r + q_s\right) \cdot 8\ a^2 - F_3 \cdot 2\ a + R_{Qy} \cdot 4\ a}{a \cdot \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)} = 817.2\ kN \quad \text{(S)}$$

$$M_J = 0 \ \therefore \ \ F_{IK} \cdot a \cdot cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \left(q_b + q_r + q_s\right) \cdot 3.5\ a \cdot \left(\frac{3.5}{2}\right)\ a + F_3 \cdot 1.5\ a - R_{Qy} \cdot 3.5\ a = 0$$

$$F_{IK} := \frac{R_{Qy} \cdot 3.5\ a - \left(q_b + q_r + q_s\right) \cdot 3.5\ a \cdot \left(\frac{3.5}{2}\right)\ a - F_3 \cdot 1.5\ a}{a \cdot \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)} = 804.3\ kN \quad \text{(T)}$$

$$\Sigma F_x = 0 \ \therefore \ \ F_{IK} - F_{HJ} + F_{IJ} \cdot cos(\gamma) = 0 \ \ => \ F_{IJ} := \frac{F_{HJ} - F_{IK}}{\cos(\gamma)} = 15.3\ kN \quad \text{(S)}$$

<u>Dimensjonering av stag og vanger:</u>

Avsnittet som følger indikerer kun et forslag løsning da det ikke tas stilling til tverrsnittet profilene som beregnes. Det som dog er korrekt er arealtreghetsmomentene, men deretter beregnes rektangulære tverrsnitt. Et valgt profil vil (antakelig) ikke være retangulært .Derfor må et valgt profil avstemmes med nødvendig arealtraghetsmoment hentet i fra tabeller.

Anta at stagene (hele fagverket) tilvirkes av stål i.e. S235 J2.

Nedre flytegrense: $\sigma_{235} := 235\ MPa$, $E_{235} := 1.9 \cdot 10^5\ MPa$

Materialusikkerhet ved materialets styrke: $\gamma_M := 1.05$

Utnyttelsesgrad: $\psi := 0.5$ Kan også betegnes sikkerhetsfaktor.

Øvre tillatte spenningstilstand er da: $\sigma_{till} := \frac{\sigma_{235}}{\gamma_M} \cdot \psi = 111.9\ MPa$

En sentrisk last gir kun normalspenninger så det er sentriske lasten som blir dimensjonerende for staget.

Nødvendig areal: $A_s := \frac{F_{IJ}}{\sigma_{till}} = 136.9\ mm^2$ der $F_{IJ} = 15.3\ kN$

En sidekant er da: $\delta := \sqrt{A_s} = 11.7\ mm$. Dette går i strekk, men i trykk må dette sjekkes mot knekning.

$$I_{IJ} := \frac{\delta^4}{12} = 1560.7\ mm^4$$

$$F_{Cr} := \frac{\pi^2 \cdot E_{235} \cdot I_{IJ}}{a^2} = 0.732\ kN$$

$Last =$ "er for høy. Bjelken må dimensjoneres opp"

For øvre og nedre vange er det også momenter. Det største momentet over bjelken er ved I eller J,

Momentet ved I:

$$M_I := (q_b + q_r + q_s) \cdot 4\ a \cdot 2\ a + F_3 \cdot 2\ a - R_{Qy} \cdot 4\ a = -1566.7\ kN \cdot m$$

Anta at bjelken er påkjent slik øvre og nedre vange tar like mye i.e. at de kan dimensjoneres likt og til å begynne med som firkanter (kvadrater).

$$y := \frac{a \cdot \cos(\gamma)}{2} = 0.8\ m$$

$$\sigma_M = \frac{M_b \cdot y}{I_b} = \sigma_{till} \ \text{=>}\ I_b := \frac{|M_I| \cdot y}{\sigma_{till}} = \left(11.7 \cdot 10^9\right)\ mm^4$$

Vangens bredde er: $b_v := 160\ mm$

$I = \frac{b \cdot h^3}{12} + A_g \cdot e^2 = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot e^2$. Denne likningen må du gjerne løse analytisk. Imidlertid fant forfatteren det raskerer kun å prøve med verdier.

$$h := 122\ mm \quad A_g := h \cdot b_v \quad e := y - \frac{h}{2} = 0.8\ m$$

$$I := \frac{b_v \cdot h^3}{12} + A_g \cdot e^2 = \left(11.8 \cdot 10^9\right)\ mm^4$$

$Høyden = \text{“er innenfor kriteriet”}$