

Eksempel 3: Pumpeledning

Tre kar / bassenger / reservoarer er forbundet vba. tre rør, se figur 1. For enkelthets skyld antar vi at alle tre rørene har samme diameter. Hvor høyt over bassenget akn pumpa plasseres? Pga. det store forholdet mellom lengde og diameter så kan det sees det bort i fra små friksjonstap (som bend etc.)

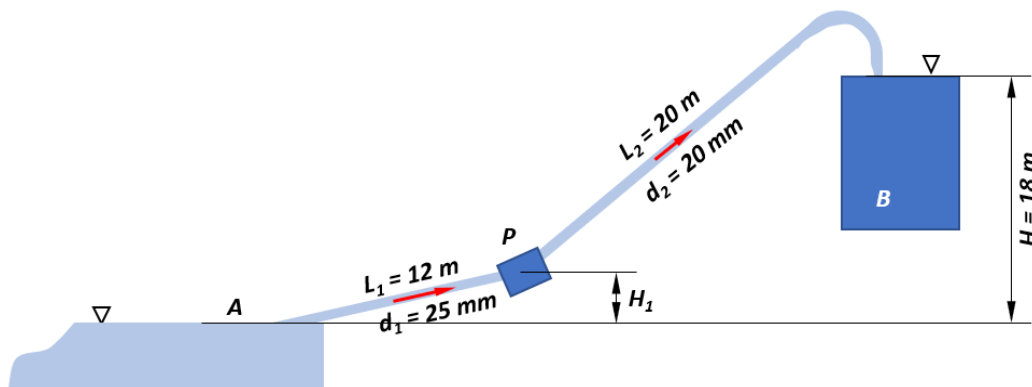
$$Q := 0.001 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad \lambda := 0.030$$

$$d_1 := 25 \text{ mm} \quad A_1 := \frac{\pi}{4} \cdot d_1^2 \quad v_1 := \frac{Q}{A_1} \quad ==> \quad v_1 := \frac{4 Q}{\pi \cdot d_1^2} = 2.037 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$d_2 := 20 \text{ mm} \quad A_2 := \frac{\pi}{4} \cdot d_2^2 \quad v_2 := \frac{Q}{A_2} \quad ==> \quad v_2 := \frac{4 Q}{\pi \cdot d_2^2} = 3.183 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$L_1 := 12 \text{ m} \quad L_2 := 20 \text{ m} \quad C_1 := 2.0 \quad H := 18 \text{ m}$$

$$\eta := 0.8 \quad \gamma := 9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \quad p_{\text{Atm}} := -0.980 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$



For å klare å skyve en viss mengde væske pr. tidsenhet oppover i **hele** røret, i.e. fra bassenget og ut til tanken, må pumpa minimum ha trykk nok til å skyve vannet T_H meter:

$$H + \gamma p + \frac{v_2^2}{2g} + \lambda \frac{L_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} + C_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \lambda \frac{L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} = T_H$$

Trykkhøyden idet vannet kommer ut i fra trykkrøret er null. Pumpa må klare å trykke mer enn stedshøyden, hastighetshøyden og tapshøyden. Har da at:

$$T_H = H + \frac{v_2^2}{2g} \left(1 + \lambda \frac{L_2}{d_2} \right) + \frac{v_1^2}{2g} \cdot \left(C_1 + \lambda \frac{L_1}{d_1} \right)$$

$$T_H := H + \frac{v_2^2}{2g} \left(1 + \lambda \frac{L_2}{d_2} \right) + \frac{v_1^2}{2g} \cdot \left(C_1 + \lambda \frac{L_1}{d_1} \right) = 37.5 \text{ m}$$

Pumpas effekt - den som skal trykke vannet opp, må være: $P := \gamma \cdot Q \cdot T_H = 368 \text{ W}$

Med en virkningsgrad $\eta = 0.8$, vil pumpas effekt måtte være: $P := \frac{\gamma \cdot Q \cdot T_H}{\eta} = 0.46 \text{ kW}$

Dette er tilfellet hvis pumpe stod i bassenget. Imidlertid kan pumpe plasseres noe høyere slik at den får en sugedel og en trykkedel.

Så, hvor høyt i forhold til bassenget kan pumpe plasseres?

For at pumpe samtidig skal kunne suge vannet opp fra karet som den pumper den oppover i trykkledningen kan den ikke plasseres høyere enn H_1 . Balansen mellom karet og pumpe blir i dette tilfellet:

$$H_1 + \frac{p_{Atm}}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{v_1^2}{2g} \cdot \left(C_1 + \lambda \frac{L_1}{d_1} \right) = z_k + \frac{p_k}{\gamma} + \frac{v_k^2}{2g}$$

$$H_1 + \frac{p_{Atm}}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{v_1^2}{2g} \cdot \left(C_1 + \lambda \frac{L_1}{d_1} \right) = 0 + 0 + 0$$

$$H_1 = - \left(\frac{p_{Atm}}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{v_1^2}{2g} \cdot \left(C_1 + \lambda \frac{L_1}{d_1} \right) \right)$$

Pumpe kan ikke plasseres høyere enn:

$$H_1 := - \frac{p_{Atm}}{\gamma} - \frac{v_1^2}{2g} \left(1 + \left(C_1 + \lambda \frac{L_1}{d_1} \right) \right) = 6.3 \text{ m}$$