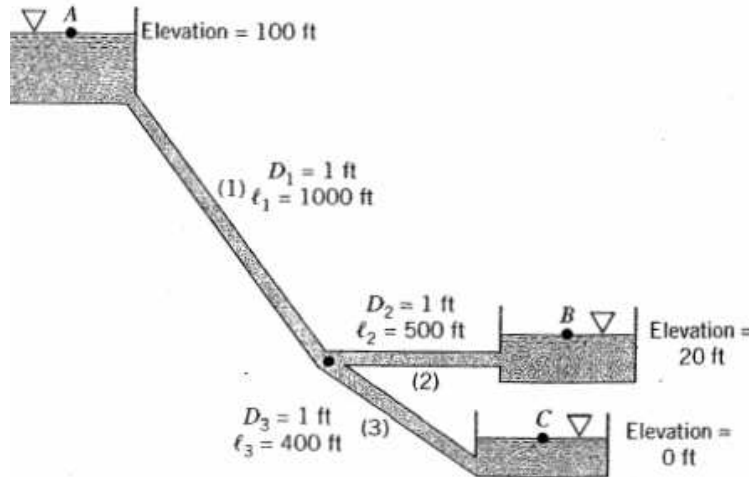


Eksempel 6: Væske strømmer til (eller fra?) tre reservoarer

Tre kar / bassenger / reservoarer er forbundet vba. tre rør, se figur 1. For enkelthets skyld antar vi at alle tre rørene har samme diameter. Pga. det store forholdet mellom lengde og diameter så kan det sees det bort i fra små friksjonstap (som bend etc.)

Finn strømningshastighet, strømningsvolumet og retning for vannet i fra hvert av karene.



Figur 1. Skjematisk oppstilling av avløp fra tanker.

Det er usikkert hvorvidt vannet strømmer inn til eller ut av kar B. Avløp er et problem som må til dels gjettes. I dette eksemplet er rørfriksjonen oppgitt. Det trenger den ikke å være. Ved utregning av gamle anlegg vil rørfriksjon ikke være det den var når anlegget var nytt. Det kan dessuten være forskjellig i de forskjellige rørene avhengig av bruken gjennom årene. Rørfriksjonen er også avhengig av strømningshastigheten slik at strømningshastighet og rørfriksjon er funksjoner av hverandre.

Felles parametre:

Rør diameter:	$d_t := 1 \text{ ft}$	$z_A := 100 \text{ ft}$	$z_B := 20 \text{ ft}$	$z_C := 0 \text{ ft}$
Rørfriksjon:	$\lambda_i := 0.02$	$L_1 := 1000 \text{ ft}$	$L_2 := 500 \text{ ft}$	$L_3 := 400 \text{ ft}$

Med vannstrøm i fra A og B - til C:

Antar at det strømmer ut i fra kar A og B og inn til kar C. Har da at: $Q_3 = Q_1 + Q_2$. (1)

$$\text{Siden } Q = v \cdot A \text{ og } A = \frac{\pi}{4} d_t^2 \text{ oppnås } v_1 \cdot \frac{\pi}{4} d_t^2 + v_2 \cdot \frac{\pi}{4} d_t^2 = v_3 \cdot \frac{\pi}{4} d_t^2$$

$$\text{Slik at: } v_3 = v_1 + v_2$$

Idet det strømmer i fra A til C gjennom rør 1 og 3, fås:

$$\frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_C}{\gamma} + \frac{v_C^2}{2g} + z_C + \left(\lambda_1 \frac{L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_3 \frac{L_3}{d_3} \cdot \frac{v_3^2}{2g} \right) \quad (2)$$

$$0 + 0 + z_A = 0 + 0 + 0 + \left(\lambda_1 \frac{L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_3 \frac{L_3}{d_3} \cdot \frac{v_3^2}{2g} \right) \quad (3)$$

$$z_A = \lambda_1 \frac{L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_3 \frac{L_3}{d_3} \cdot \frac{v_3^2}{2g} \quad \text{Det er altså kun tapene på H side.} \quad (4)$$

Tilsvarende, når det strømmer fra B til C gjennom rør 2 og 3, fås:

$$z_B = \lambda_2 \frac{L_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} + \lambda_3 \frac{L_3}{d_3} \cdot \frac{v_3^2}{2g} \quad \text{Tilsvarende.} \quad (5)$$

Det finnes ingen løsning med positive tall for likningene (4) og (5). Ingen strømningshastigheter v_i tilfredsstiller likning (1). Det betyr at antakelsen og strømningsretning i rør 2 er feil. Vannet strømmer motsatt vei. Det kan settes opp følgende:

Med vannstrøm kun i fra A - til B og C:

Antar at det strømmer ut i fra kar A og inn til kar B og C. Har da at: $Q_1 = Q_2 + Q_3$. (6)

Slik at: $v_1 = v_2 + v_3$

$$z_A = z_B + \lambda_1 \frac{L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_3 \frac{L_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} \quad (7)$$

$$z_A = z_C + \lambda_1 \frac{L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_3 \frac{L_3}{d_3} \cdot \frac{v_3^2}{2g} \quad (8)$$

$$z_A - z_B = \lambda_i \frac{L_1}{d_t} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_i \frac{L_2}{d_t} \cdot \frac{v_2^2}{2g} = (L_1 \cdot v_1^2 + L_2 \cdot v_2^2) \frac{\lambda_i}{d_t \cdot 2g}$$

$$\frac{\lambda_i}{d_t \cdot 2g} (z_A - z_B) = L_1 v_1^2 + L_2 v_2^2 \quad \text{der,} \quad f_1 := \frac{d_t \cdot 2g}{\lambda_i} (z_A - z_B)$$

$$L_1 v_1^2 + L_2 v_2^2 = f_1 \quad (9)$$

$$z_A = z_C + \lambda_1 \frac{L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_3 \frac{L_3}{d_3} \cdot \frac{v_3^2}{2g}$$

$$z_A - z_C = \lambda_i \frac{L_1}{d_t} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_i \frac{L_3}{d_t} \cdot \frac{v_3^2}{2g} = (L_1 \cdot v_1^2 + L_3 \cdot v_3^2) \frac{\lambda_i}{d_t \cdot 2g}$$

$$\frac{\lambda_i}{d_t \cdot 2g} (z_A - z_C) = L_1 v_1^2 + L_3 v_3^2 \quad f_2 := \frac{d_t \cdot 2g}{\lambda_i} (z_A - z_C)$$

$$L_1 v_1^2 + L_3 v_3^2 = f_2 \quad (10)$$

$$L_1 v_1^2 + L_2 v_2^2 = f_1 \quad v_1 = \sqrt{\frac{f_1 - L_2 v_2^2}{L_1}} \quad v_2 = \sqrt{\frac{f_1 - L_1 v_1^2}{L_2}}$$

$$L_1 v_1^2 + L_3 v_3^2 = f_2 \quad v_1 = \sqrt{\frac{f_1 - L_3 v_3^2}{L_1}} \quad v_3 = \sqrt{\frac{f_2 - L_1 v_1^2}{L_3}}$$

Gjetteverdier:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad v_1 := 3 \frac{ft}{s} \quad v_2 := 2.88 \frac{ft}{s} \quad v_3 := 3.05 \frac{ft}{s}$$

Svar på oppgaven:

$$v_1 := \sqrt{\frac{f_1 - L_2 v_2^2}{L_1}} = 15.914 \frac{ft}{s} \quad v_2 := \sqrt{\frac{f_1 - L_1 v_1^2}{L_2}} = 2.88 \frac{ft}{s}$$

$$v_1 := \sqrt{\frac{f_1 - L_3 v_3^2}{L_1}} = 15.927 \frac{ft}{s} \quad v_3 := \sqrt{\frac{f_2 - L_1 v_1^2}{L_3}} = 13.045 \frac{ft}{s}$$

$$v_1 = 15.9 \frac{ft}{s} \quad v_2 + v_3 = 15.9 \frac{ft}{s}$$

Oppsummering:

$$Q_1 := v_1 \cdot \frac{\pi}{4} d_t^2 = 12.5 \frac{ft^3}{s} \quad \text{ved} \quad v_1 = 15.93 \frac{ft}{s}$$

$$Q_2 := v_2 \cdot \frac{\pi}{4} d_t^2 = 2.3 \frac{ft^3}{s} \quad \text{ved} \quad v_2 = 2.88 \frac{ft}{s}$$

$$Q_3 := v_3 \cdot \frac{\pi}{4} d_t^2 = 10.2 \frac{ft^3}{s} \quad \text{ved} \quad v_3 = 13.05 \frac{ft}{s}$$