Eksempel 2: Fordeling av krefter i tverrsnitt A - A i en krok

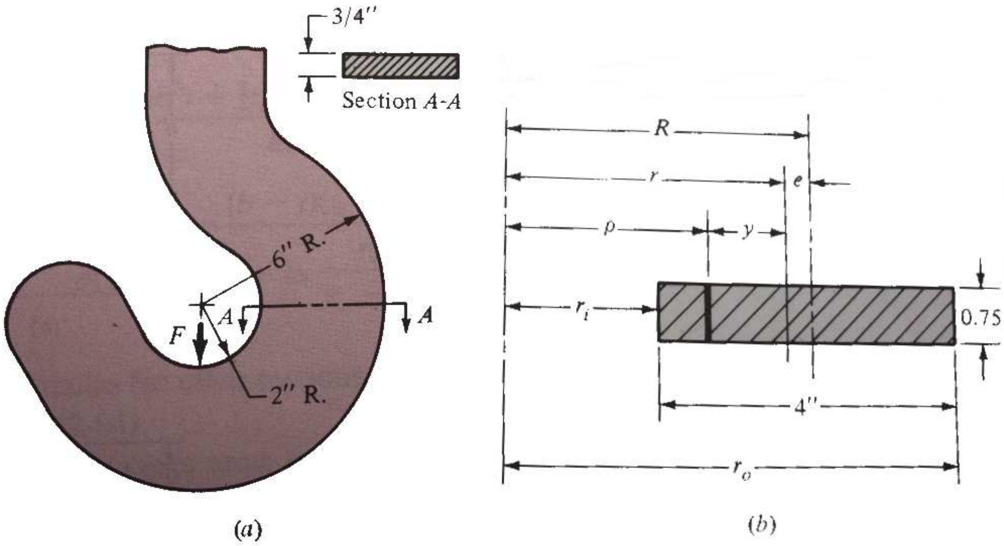
Kilde: Mechanical Engineering Design 5.th ed. by Shigley & Mischke (Ex. 2-8). Oversatt av JEH.

Vi skal vise grafisk kraftfordelingen / spenningsfordelingen i en løftekrok. Kroken er vist i figur E201. Tverrsnittet er rektangulært i hht. parametrene som er vist under.

Tverrsnittets bredde: $b := 0.75\ in = 19.05\ mm$

Tverrsnittets lengde: $h := 4\ in = 101.6\ mm$

Massen (kraften): $F := 5000\ lb = 2268\ kg$ $\quad F := F \cdot g = 22.2\ kN$



Figur E201. Belastet løftekrok. Tverrsnittet vist.

Siden vi skal beskrive grafisk hvordan spenningen fordeler seg i tverrsnittet, fra innerst (angrepspunktet for F) til ytterst, så bør det være mulig å beskrive spenningen $\sigma(r)$ i.e. spenningen som en funksjon av radiusen r. Radiusen r løper i fra senter av kroken.

Idet vi studerer spenningen over tverrsnittet med små skritt dr, kan arealet uttrykkes som $dA = b \cdot dr$. Vi finner da r_n.

Vet at: $r_n = \dfrac{A}{\displaystyle\int \frac{1}{r}\,\mathrm{d}A}$ => $r_n = \dfrac{bh}{\displaystyle\int_{r_i}^{r_0} \frac{1}{r}\,\mathrm{d}A} = \dfrac{bh}{\displaystyle\int_{r_i}^{r_0} \frac{b}{r}\,\mathrm{d}r} = \dfrac{bh}{b\left(ln\left(r_0\right) - ln\left(r_i\right)\right)} = \dfrac{h}{ln\left(\dfrac{r_0}{r_i}\right)}$

Har at tverrsnittsarealet $A := b \cdot h = 3\ in^2$ eller $A = 1935.5\ mm^2$ og med verdiene $r_0 := 6\ in = 152.4\ mm$ og $r_i := 2\ in = 50.8\ mm$, blir r_n som følger,

$$r_n := \frac{h}{\ln\left(\dfrac{r_0}{r_i}\right)} = 3.6\ in \quad \text{eller} \quad r_n = 92.5\ mm$$

Spenningsfordelingen i tverrsnittet fra momentene kan bli funnet ved å balansere det ytre momentet, det som påkjenner strukturen og det indre momentet - motstandsmomentet

som $\sigma_M = \dfrac{My}{Ae\left(r_n - y\right)} = \dfrac{FRy}{Ae\left(r_n - y\right)}$. Sammen med normalspenningen $\sigma_N = \dfrac{F}{A}$ samt at $y = r_n - r$ => $r = r_n - y$ gir tilsammen $\sigma_T(r) = \sigma_N + \sigma_M = \dfrac{F}{A} + \dfrac{FRy}{Aer}$.

Radius til geometrisk nøytralakse: $R := 4\ in = 101.6\ mm$

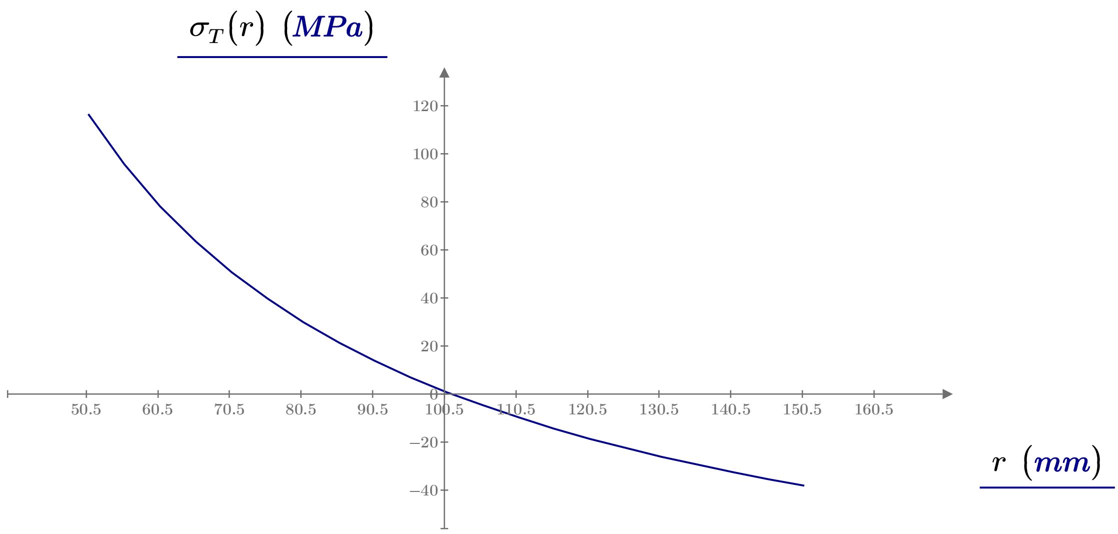
Radiusen inn til nøytralaksen: $r_n = 92.5\ mm$

Størrelse på eksentrisiteten: $e := R - r_n = 9.1\ mm$

Arealet er fortsatt: $A := b \cdot h = 1935.5\ mm^2$

Avstand til der vi søker spenningen: $y = r_n - r$
(fra nøytralaksen)

Med et inkrement $i := 5\ mm$ lar vi radiusen r løpe i fra $r := r_i, r_i + i .. r_0$ som plottet gir,



Spenningene i inner- og ytterkant av tverrsnittet, i.e.

Maksimal strekkspenning: $\sigma_{s.max} := \sigma_T\left(r_i\right) = 116.5\ MPa$

Maksimal trykkspenning: $\sigma_{t.max} := \sigma_T\left(r_0\right) = -38.8\ MPa$

Merk: Dette er ikke maksimalt av hva kroken tåler. Dette er kun de spenningene som oppnås ved belastningen $F = 22.2\ kN$. Skal maksimal løftekapasitet finnes bør en studere den maksimale lasten ved den deriverte av F.