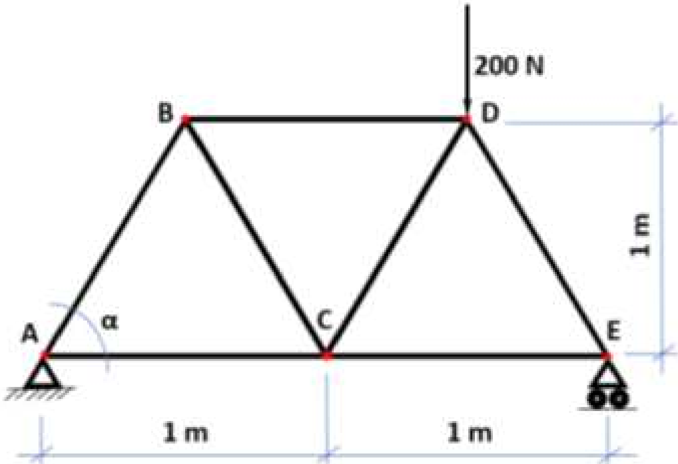
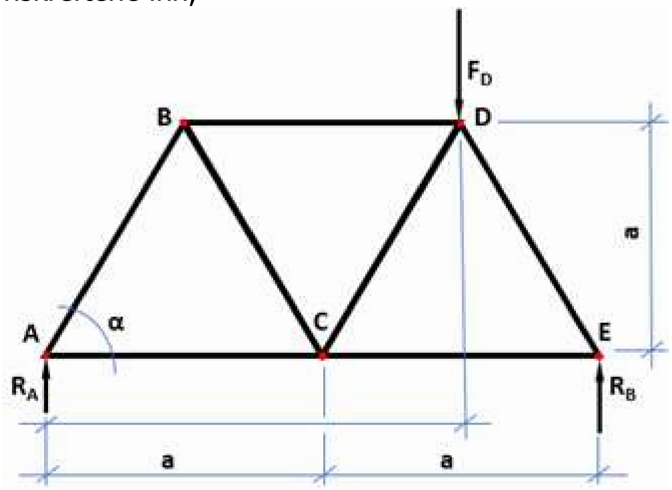
Eksempel 1
Et fagverk er utsatt for last i hht. figur E01. Vi skal beregne opplagskreftene i.e. reaksjonskreftene samt at vi skal beregne lasten i hvert enkelt stag. I dette eksempelet beregnes kreftene vha. knutepunktmetoden.



Figur E101. Fagverket

Balanse av de YTRE kreftene:
Først tegnes reaksjonskreftene inn,



Figur E102. Krefter og reaksjonskrefter

Er fagverket stabilt? $2\ k = s + o$ => $2 \cdot 5 = 7 + 3 = 10$, 10 på begge sider - i.e. likevekt.

Krefter og avstander: $F_D := 200\ N$ $a := 1\ m$ og $\alpha := 60\ deg$. Finner reaksjonskreftene ved å ta moment om A i.e.

$$\Sigma M_A = 0\ \therefore -R_B \cdot 2\ a + F_D \cdot \frac{3}{2}\ a = 0 \quad => \quad R_B := \frac{3\ F_D}{2 \cdot 2} = 150\ N$$

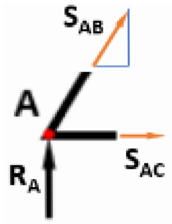
Siden summen av kreftene i både x og y -retning må være lik null (0) så må den venstre reaksjonkraften være,

$$\Sigma F_x = \Sigma F_y = 0\ \therefore -F_D + R_B + R_A = 0 \quad => \quad R_A := F_D - R_B = 50\ N$$

Legg merke til at kreftene i.e. størrelsene på kreftene alltid behandles som positive. Fortegnet likningene i denne forbindelse forteller kun om kraftens retning.

Krefter i knutepunktene - balansering av de INDRE kreftene:
Summen av kreftene i hvert knutepunkt er nødt til å være lik 0 (hvis ikke beveger knutepunktet seg).

Knutepunkt A:



Figur E103. Knutepunkt A.

Ser at staget AB er det eneste som kan holde en vertikal kraft slik at,

$$-S_{ABy}+R_A=0$$

$$S_{ABy}:=R_A=50\ N$$

Resultanten, i.e den kraften som går sentrisk gjennom staget, er,

$$S_{AB}:=\frac{S_{ABy}}{\sin(\alpha)}=57.7\ N \quad \text{(T)}$$

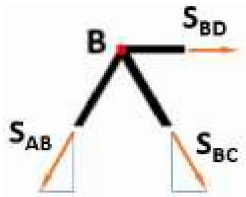
Vba. Pytagoras kan vi regne ut den horisontale lasten også,

$$c^2=a^2+b^2 \Rightarrow S_{AB}{}^2=S_{ABx}{}^2+A_{ABy}{}^2 \Rightarrow S_{ABx}:=\sqrt{S_{AB}{}^2-S_{ABy}{}^2}=28.9\ N$$

I dette knutepunktet må lasten i stag AC balansere den horisontale komponenten fra stag AB i.e. S_{ABx} mot S_{AC}. Slik at,

$$S_{AC}-S_{ABx}=0 \Rightarrow S_{AC}:=S_{ABx}=28.9\ N \quad \text{(S)}$$

Knutepunkt B:



Figur E104. Knutepunkt B.

I dette knutepunktet vil begge stagene, S_{AB} og S_{BC} holde vertikale krefter samtididig som de holder horisontale. Staget S_{BD} vil holde kun en horisontal last / kraft. Det betyr at den vertikale lasten i S_{BC} må balansere S_{AB} og være like stor. Vi fant S_{AB} til å være et trykkstag slik at S_{BC} må være et strekkstag. Har da de vertikale komponentene som,

$$S_{ABy} - S_{BCy} = 0$$

$$S_{BCy} := S_{ABy} = 50\ N$$

Basert på den vertikale komponenten kan både kraften i staget samt den horisontale lasten som holdes i knutepunkt B finnes. Siden den vertikale komponenten i staget S_{BC} har den samme størrelse som vertikale komponenten i staget S_{AB} må resten også være likt. Har da den horisontale komponenten:

$$S_{BCx} := S_{ABx} = 28.9\ N$$

Og kraften i staget som,

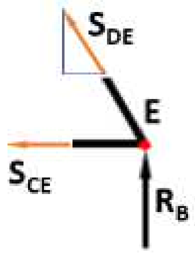
$$S_{BC} := S_{AB} = 57.7\ N \quad \text{(S)}$$

For å motvirke den samlede kraften fra stagene S_{AB} og S_{BC} sine horisontale komponenter, som begge peker i samme retning, må den horisontale (mot)kraften S_{BD} være like stor og motsatt rettet som summen av lastene,

$$-S_{BD} + S_{ABx} + S_{BCx} = 0 \ \ => \ S_{BD} := S_{ABx} + S_{BCx} = 57.7\ N \quad \text{(T)}$$

Nå er det lurt å gå videre til høyre og ned på fagverket (til E) fordi en der kun har én ukjent last.

<u>Knutepunkt E:</u>



Figur E105. Knutepunkt E.

Ser at staget DE er det eneste som kan holde en vertikal kraft slik at,

$$R_B - S_{DEy} = 0 \quad => \quad S_{DEy} := R_B = 150\ N$$

Resultanten, i.e den kraften som går sentrisk gjennom staget, er,

$$S_{DE} := \frac{S_{DEy}}{\sin(\alpha)} = 173.2\ N \quad \text{(T)}$$

Den horisontale lasten fra staget DE i punktet E,

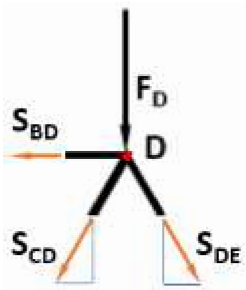
$$S_{DEx} := S_{DE} \cdot \cos(\alpha) = 86.6\ N$$

Lasten i stag CE må balansere den horisontale lasten i stag DE og slik være like stor, men motsatt rettet. Har da at,

$$-S_{CE}+S_{DEx}=0 \quad S_{CE}:=S_{DEx}=86.6\ N \quad \text{(S)}$$

Går så opp til knutepunkt D fordi vi der p.t. har kun én ukjent.

<u>Knutepunkt D:</u>



Figur E106. Knutepunkt D.

Det går frem av utregningen over at staget DE er et trykkstag og siden staget BD ikke kan holde vertikale laster så må forskjellen i vertikal retning balanseres av staget CD. Siden $F_D>S_{DEy}$ må S_{CD} kompensere for den manglende kraften i staget S_{DE}. Av den grunn alene må staget S_{CD} være et trykkstag. Har at,

$$\Sigma k_y=0 \therefore \quad S_{DEy}-F_D+S_{CDy}=0 \ \Rightarrow \ S_{CDy}:=F_D-S_{DEy}=50\ N$$

Staget S_{CD} er altså et trykkstag. Vi har at,

$$S_{CD}:=\frac{S_{CDy}}{\sin(\alpha)}=57.7\ N \quad \text{(T)}$$

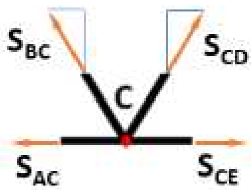
Horisontalkomponenten er,

$$S_{CDx}:=S_{CD}\cdot\cos(\alpha)=28.9\ N$$

altså en trykkomponent og den peker mot høyre på tegning E106 hvilket betyr at komponentene S_{DEx} balanserer S_{CDx} jobber mot hverandre og må balanseres av horisontalkraften i stag BD.

$$-S_{BD}+S_{CDx}-S_{DEx}=0 \ \Rightarrow \ S_{BD}:=S_{DEx}-S_{CDx}=57.7\ N \quad \text{(T)}$$

<u>Knutepunkt C:</u>



Figur E107. Knutepunkt C.

For dette knutepunktet så er alle kreftene funnet. Vi bruker da dette punktet som en "oppsummering" av hva vi har funnet gjennom de fire andre knutepunktene. Balansen skal selvsagt bli null. Staget AC er et strekkstag og kraften $S_{AC}=28.9\ \boldsymbol{N}$ i dette knutepunktet vil peke mot venstre og ergo ha negativt fortegn. Lasten i stag CE i.e. $S_{CE}=86.6\ \boldsymbol{N}$ er et strekkstag og peker mot høyre i dette knutepunktet. Lasten i x-retning i stag BC i.e. $S_{BC}=57.7\ \boldsymbol{N}$ er en strekklast og peke mot venstre. Mens lasten i stag CD er en trykklast hvorved horisontalkomponenten $S_{CDx}=28.9\ \boldsymbol{N}$ peker mot venstre.

$$\Sigma k_x = 0 \ \therefore \quad -S_{AC}+S_{CE}-S_{BCx}-S_{CDx}=0\ \boldsymbol{N}$$

$$\Sigma k_y = 0 \ \therefore \quad S_{BCy}-S_{CDy}=0\ \boldsymbol{N}$$

Q.e.d.